

Porkarimi, M. & Eskandari, R. (2025). The Application of Mathematics Education in the Formation of Philosophical Disposition. *Philosophy of Education*, 9(2), 201-225.

Philosophy of
Education

Biannual Peer-
Reviewed Journal

The Application of Mathematics Education in the Formation of Philosophical Disposition^۱

Mojtaba Porkarimi^۲ , Rasoul Eskandari^۳ 

Abstract

The purpose of this study is to address the application and philosophical role of mathematics. It seeks to demonstrate that mathematics education can contribute to the improvement of thinking and the development of students' philosophical disposition. To achieve this objective, the analytical–inferential method has been employed. In this research, by reviewing the foundations of two approaches in mathematics education—absolutism and constructivism—we have inferred their philosophical functions. Absolutist mathematics education ought to convey: the effort to understand fixed rules, the value of transmission and communication, avoidance of superficiality, and the re-descriptive nature of being. Constructivist mathematics education, on the other hand, ought to communicate: the acceptance of theories as justified beliefs, the constructive power of the human mind, conscious participatory interaction, and the genealogical examination of topics and concepts. These principles are not contradictory but rather complementary on a continuum. Based on the findings, in an optimal state, the relationship between philosophical foundations and mathematics education will unfold in two stages. First, philosophical foundations guide the process of education and consequently the teaching of mathematics. That is, diverse philosophical approaches direct the choice of objectives, the development of content, methods of instruction, the roles of teacher and student, and ultimately, assessment in mathematics education. Second, mathematics education guided by philosophical foundations will shape the philosophical disposition of students. This constitutes an ongoing cycle, since the mind develops dynamically and thought becomes generative.

^۱ Received: 2024-09-26

Revised: 2025-05-10

Accepted: 2025-07-13

Published: 2025-09-21

^۲ Faculty Member, Department of Education, Farhangian University. Tehran, Iran. (Corresponding Author). Email: mojtabapourkarimi@cfu.ac.ir

^۳ Faculty Member, Department of Mathematics Education, Farhangian University, Tehran, Iran. Email: rasoul.eskandari@cfu.ac.ir

Keywords: Mathematics education, Absolutism, Constructivism, Philosophical function of mathematics

Extended Abstract

This study examines the philosophical foundations of mathematics education, specifically investigating how different pedagogical approaches can shape students' cognitive development and philosophical character. The research employs an analytical-deductive methodology to compare two fundamental epistemological perspectives in mathematics education: absolutism and constructivism. The study focuses on these contrasting approaches because they represent the primary philosophical divisions in mathematics education. Absolutism: Views mathematical knowledge as consisting of fixed, transcendental truths that exist independently of human cognition. Constructivism: Considers mathematical understanding as relative and shaped by temporal, spatial, and cultural factors

Research Questions:

1. How does an absolutist approach to mathematics education contribute to the formation and development of students' philosophical character?
2. How does a constructivist approach foster the cultivation of philosophical thinking through mathematics education?

The Absolutist Perspective in Mathematics Education

The absolutist paradigm originates from the ontological belief in perfect, immutable entities. This epistemological position maintains that science has two fundamental responsibilities: (1) the discovery of these eternal truths, and (2) their systematic transmission. Within this framework, mathematics emerges as the quintessential discipline for uncovering fixed, a priori truths through its precise definitions and invariable rules. Absolutist mathematics education manifests in two primary instructional approaches: Direct transmission of established mathematical knowledge; Guided exploration of predefined concepts and principles. In both methods, the essential objective remains students' mastery of fundamental mathematical competencies. The teacher assumes the role of knowledge authority, presenting mathematical truths that students are expected to assimilate without challenging their validity. Philosophical Implications for Character Development:

1. **The search for understanding fixed rules.:** Cultivates disciplined thinking oriented toward comprehending absolute mathematical principles
2. **The value of Epistemological Transmission:** Emphasizes the value of accurately receiving and internalizing established knowledge
3. **Avoid superficiality (Depth of Understanding):** Encourages thorough investigation of mathematical structures to transcend superficial comprehension
4. **The redefining nature of existence:** Develops the ability to represent complex realities through mathematical formalization

The Constructivist Approach in Mathematics Education

Constructivism fundamentally reconceptualizes knowledge acquisition as an active process of meaning-making rather than passive reception. This epistemological

framework posits that knowledge emerges through cognitive self-organization, where learners construct mental models to organize their experiential world rather than seeking to mirror an objective reality. Dual Perspectives on Mathematical Knowledge: 1-*Radical Constructivism*: Maintains mathematical knowledge as contextually justified belief systems, fundamentally challenging absolutist notions of mathematical truth. 2-*Moderate Constructivism*: While acknowledging human construction of knowledge, preserves the ontological possibility of mind-independent reality while recognizing its epistemological inaccessibility. This epistemological stance fosters intellectual humility - the recognition that all knowledge claims are inherently provisional, thereby discouraging dogmatic adherence to any particular viewpoint. Philosophical Implications for Character Formation:

1. **Fallibilist Disposition:**

Cultivates an understanding of scientific theories as provisional hypotheses, discourages ideological rigidity while promoting critical engagement with knowledge claims

2. **The constructive power of the human mind:**

Enhances intellectual self-efficacy by emphasizing the mind's constructive capacities, fosters innovative thinking through active knowledge creation processes

3. **Conscious participatory interaction:**

Encourages interdisciplinary dialogue and cooperative knowledge-building, develops skills in team-based problem solving and peer learning

4. **Genealogical study of topics and concepts.:**

Engenders awareness of conceptual evolution across temporal contexts, what were the factors that led to the interest in the subject? and What were its competing topics.

The research reveals that absolutist and constructivist approaches in mathematics education maintain a complementary rather than antagonistic relationship. This complementarity manifests through their respective contributions to cultivating a robust philosophical character. Finally For effective character development through mathematics education, the study recommends:

- Comprehensive training in both philosophical traditions
- Cultivation of positive dispositions toward both approaches
- Implicit cultivation of intellectual virtues through mathematical practice

پورکریمی هاوشکی، مجتبی و رسول اسکندری (۱۴۰۴). کاربرد آموزش ریاضی در شکل‌گیری منش فلسفی. دوفصلنامه فلسفه تربیت، ۹(۲)، ۲۰۱-۲۲۵.

کاربرد آموزش ریاضی در شکل‌گیری منش فلسفی^۱

مجتبی پورکریمی هاوشکی^۲ ID، رسول اسکندری^۳ ID

چکیده

هدف این پژوهش پرداختن به کاربرد و نقش فلسفی ریاضیات است. هدف آن است تا نشان داده شود آموزش ریاضی می‌تواند باعث بهبود تفکر و رشد منش فلسفی دانش‌آموزان شود. به‌منظور دستیابی به هدف فوق از روش تحلیلی - استنتاجی استفاده شده است. در این پژوهش با مروری بر مبانی دو رویکرد مطلق‌گرا و ساخت‌گرا در آموزش ریاضی به استنتاج کارکردهای فلسفی آنها پرداخته‌ایم. آموزش ریاضی مطلق‌گرا باید بتواند: تلاش برای فهم قواعد ثابت، ارزش انتقال و فهماندن، دوری از سطحی‌نگری و ماهیت بازتوصیفانه هستی را منتقل نماید. آموزش ریاضی ساخت‌گرا نیز باید بتواند پذیرش نظریات به‌مثابه باورهای موجه، قدرت ساخت‌گرایانه ذهن بشر، تعامل آگاهانه مشارکتی و بررسی تبارشناسانه موضوعات و مفاهیم را منتقل نماید. اصولی که در تضاد و تناقض با هم نیستند و در یک پیوستار کامل‌کننده هم هستند. بر اساس یافته‌های فوق در حالت مطلوب، نتیجه رابطه مبانی فلسفی و آموزش ریاضیات به این‌گونه خواهد بود که مبانی فلسفی در گام نخست باعث هدایت فرایند آموزش و بالطبع تدریس ریاضی خواهند شد. یعنی رویکردهای مختلف فلسفی جهت‌دهنده به انتخاب هدف، تدوین محتوا، روش تدریس، نقش معلم و دانش‌آموز و در نهایت ارزشیابی در درس ریاضی خواهند شد. در گام دوم آموزش ریاضی هدایت‌یافته با مبانی فلسفی شکل‌دهنده منش فلسفی دانش‌آموزان خواهد شد و این چرخه‌ای ادامه‌دار خواهد بود به این دلیل که ذهن در حالت پویا رشد کرده و تفکر زایا خواهد شد. **واژگان کلیدی:** آموزش ریاضی، مطلق‌گرایی، ساخت‌گرایی، کارکرد فلسفی ریاضیات

مقدمه و بیان مسئله

دو رویکرد را می‌توان در رابطه با آموزش ریاضی از هم تفکیک نمود. رویکرد اول در برنامه درسی به گونه‌ای تخصصی به ریاضی می‌نگرد. یعنی برنامه درسی، محتوای کتب ریاضی و روش‌های تدریس باید بتوانند تحقق بخش استلزام‌های رشته محوری در ریاضی باشند. نگاه تخصصی و رشته محوری، رویکرد غالب در حوزه آموزش ریاضی است. پژوهش‌ها نیز نشان دهنده آن است که کشورهای موفق

^۱ دریافت: ۱۴۰۳-۰۷-۰۵ بازنگری: ۱۴۰۴-۰۲-۲۰ پذیرش: ۱۴۰۴-۰۴-۲۲ انتشار: ۱۴۰۴-۰۶-۳۰

^۲ هیات علمی گروه علوم تربیتی. دانشگاه فرهنگیان. تهران. ایران. (نویسنده مسئول). ایمیل: mojtabapourkarimi@cfu.ac.ir

^۳ هیات علمی گروه آموزش ریاضی. دانشگاه فرهنگیان. تهران. ایران. ایمیل: rasoul.eskandari@cfu.ac.ir

در حوزه ریاضی در مدارس ابتدایی توجه به چنین آموزش‌هایی دارند. خصوصاً فهم مفاهیم ریاضی (Leung *et al.*, 2006). بر این اساس از همان دوران ابتدایی توجه به ریاضی و فهم قواعد و قضایای آن را مد نظر دارند (Sriraman, English, 2010: 175). توصیه مدافعان این رویکرد این است که باید از روش‌هایی به منظور تقویت مهارت‌های ریاضیاتی مثل حل مسائل ریاضی، شمارش، ضرب و... استفاده نمود (Van den Bos *et al.*, 2013). گواه چنین امری سوق دادن فرایندهای حل مسئله، اکتشاف و حتی بازی‌های ریاضی کودکان به سوی آشنایی مفاهیم ریاضی است (Nash & Lowe, 2004: 11). بر اساس این رویکرد پژوهش‌ها در حوزه ریاضی باید به بررسی نحوه یادگیری مفاهیم و قواعد ریاضی پرداخته و نباید به سادگی عدم فهم را به ناتوانی دانش‌آموزان یا بی‌علاقگی آنها نسبت دهند (Bishop *et al.*, 2007: 108). بلکه باید به تغییر در روش‌ها و حتی اصول برنامه درسی در راستای بهبود فهم اقدام نمود. توجه به این رویکرد نقطه اشتراک غالب پژوهش‌ها در آموزش ریاضی است. پژوهش‌ها خواه آنهایی که در قالب تحلیل محتوا در پی آسیب شناسی کتب بوده اند و خواه پژوهش‌هایی که با اتخاذ چارچوبی نظری در تلاش برای ارائه مبانی، اصول و روش‌هایی در راستای بهبود یادگیری بوده اند. به عنوان مثال در حوزه تحلیل محتوا: تحلیل محتوای کتاب از منظر انطباق محتوا با هدف‌های آموزشی، اصول برنامه‌ریزی، روان‌شناختی و روش‌های جدید تدریس. (Adibnia, 2008). تحلیل از منظر داشتن طرح درس، مسئله‌سازی، پیش‌سازمان دهنده، توجه به نکات اصلی، توجه به تشابه و تضاد مفاهیم، توجه به فهم و خلاقیت، و نظایر آن (Dawai, 2000). بر همین اساس عملکرد معلم و دانش‌آموز نیز مورد بررسی و قضاوت قرار گرفته است. یعنی هدایت‌های معلم و اعمال خلاقانه دانش‌آموز باید در نهایت ختم به فهم مسائل و قضایای ریاضی شود. در ارزیابی روش‌های تدریس نیز چنین تأکیدی لحاظ می‌شود. به عنوان مثال تأکید بر اهمیت فرایندهای فراشناختی بر یادگیری ریاضیات (Zare & Mohammadi Ahmadabadi, 2011)، تأثیر استفاده از موسیقی در زمینه عینی سازی مفاهیم ریاضی (Qasem Tabar *et al.*, 2011)، افزایش حافظه کاری و ذخیره و پردازش بیشتر به منظور بهبود یادگیری ریاضی (Aminzadeh & Hassanabadi, 2010)، استفاده از رایانه در یادگیری ریاضی (Asare & Zadshir, 2016)، توجه به مسائل فرهنگی و اجتماعی تأثیرگذار بر علاقه‌مندی و فهم ریاضیات (Pahlevan & Kajbaf, 2012)، افزایش حس خود کارآمدی و علاقه به فهم و استنتاج اصول و قواعدی برای فهم ریاضیات (Behrangi *et al.*, 2015)، تأثیر بحث‌های کلاسی بر توانایی استدلال ریاضی (Ahmady *et al.*, 2015)، بهره‌گیری از همکاری گروهی، بهبود شیوه تدریس، توجه به سرگرمی، تغییر در آزمون و نظایر آن به منظور کاهش اضطراب و افزایش رغبت در درس ریاضی (Alam Al-Hudaei, 2000)، توجه به عوامل نگرشی و علاقه در عملکرد ریاضی (Dowker *et al.*, 2012)، بررسی تأثیر استفاده از تکنولوژی در ایجاد علاقه و یادگیری و فهم مفاهیم ریاضی (Amini

(Far et al. 2011; Demitriadou et al., 2020). تأثیر استفاده از بازی بر یادگیری ریاضیات (Brezovszkya Boglárka et al., 2019) پژوهش‌هایی ناظر بر این رویکرد هستند.

در کنار رویکرد فوق یعنی بهبود کیفیت تدریس ریاضی در راستای فهم ریاضی، برخی از پژوهش‌ها در کنار تخصص‌گرایی و رشته محوری، ریاضی را از منظر کارکردها و نقش ریاضی در زندگی مورد بررسی قرار داده است. در واقع ماهیت میان‌رشته‌ای ریاضی در ذیل این نگاه قرارداد. کارکردهایی که می‌توان آنها را به دودسته تقسیم نمود:

۱. کارکردهای تمدن‌ساز یعنی نقش ریاضی در شکل‌گیری سازه‌ها و ابزارها و رشد علوم طبیعی (Kline, 2010). این کارکرد را می‌توان ماهیت سخت‌افزاری ریاضی نیز نام نهاد. یعنی کارکردی که هدفش استفاده از ریاضی در شکل‌دادن و یا تغییر دنیا و جهان فیزیکی است.
۲. کارکردهای فرهنگ‌ساز یعنی پرورش بعد غیر مادی و روحانی انسان. خصیصه‌ای که تأکید بر آن را می‌توان در دیدگاه اندیشمندان تربیتی نیز مشاهده نمود. به عنوان مثال، جان لاک هدف از توجه به ریاضیات در برنامه درسی را بهبود قدرت استدلال و تفکر می‌داند (Naghibzadeh, 2015). این کارکرد را می‌توان ماهیت نرم‌افزاری ریاضی نام نهاد. یعنی استفاده از ریاضی در راستای بهبود تفکر و منش انسانی. پژوهش‌های متعددی این رویکرد را دنبال نموده‌اند. در این زمینه می‌توان به پژوهشی اشاره نمود که به بررسی تأثیراتی می‌پردازد که به واسطه نگرش مثبت و منفی نسبت به ریاضی در سایر دروس ایجاد می‌شود. به عنوان مثال، نگرش مثبت به ریاضی انگیزه بخش برای مطالعه تمامی علوم و نگرش منفی سبب دوری از دروس علوم پایه می‌شود (Mackenzi et al., 2023) و یا توجه به بازی، علامت‌ها، ستون و نوشتن اعداد به منظور تقویت حافظه (Ebadi, 2017). در زمینه تحلیل محتوا نیز تحلیل کتب ریاضی از منظر تحقق خلاقیت دانش‌آموزان (Rahimi et al., 2016)؛ تحلیل کتب ریاضی از منظر میزان آمادگی افراد برای سازگاری و انطباق با محیط واقعی زندگی (Farahani et al., 2012)؛ و یا تحلیل کتب ریاضی از منظر تحقق دغدغه‌های فرهنگی، اجتماعی و سیاسی (Moghadam & sohrabi, 2012).

توجه به رویکرد دوم یعنی توجه به کارکردها و تأثیرات ریاضی در بعد فکری یا نرم‌افزاری در کنار آموزش تخصصی ریاضی مورد توجه پژوهش حاضر است. هدف این پژوهش بسط و توسعه رویکرد کارکردی در زمینه بهبود منش فلسفی دانش‌آموزان است. بر این اساس، پژوهش پیش رو در تلاش برای استنتاج اصولی به منظور بهبود منش فکری (فلسفی) به واسطه آموزش ریاضی به گونه‌ای فلسفی است.

در رابطه با موضوع این پژوهش یعنی نقش آموزش ریاضی در شکل‌گیری تفکر و فلسفه‌ورزی پژوهش‌های متعددی به طور مستقیم یا غیرمستقیم انجام شده است. در ادامه به برخی از این پژوهش‌ها خواهیم پرداخت:

اسپیندلر^۱ (Spindler, 2022) معتقد است اعتقادات بنیادین در باب ریاضی تأثیرگذار بر افکار و باورهای اخلاقی است. حال آنکه جریان غالب توجهی به ارتباط ریاضی و سایر حوزه‌ها ندارد. به عنوان مثال در دیدگاه افلاطون ریاضی فرامادی و مستقل از بافت و فرهنگ است؛ لذا نمی‌تواند دلالت‌هایی در سایر حوزه‌ها داشته باشد.

کسبرگ و همکاران (Kastberg, 2022). در پژوهش خود به این پرداخته‌اند که یادگیری رویکردهای مختلف دارای تأثیری متقابل در آموزش ریاضی است. از یک سو به معلمان ریاضی در تدریس ریاضی کمک می‌نماید و از سویی دیگر با فراگیری این قواعد شیوه نگرششان و نوع برخوردشان نیز دچار تغییر خواهد شد.

کوزنتسوا (Kusnetsova, 2019) در پژوهش خود به اهمیت آموزش نظریه احتمال برای دانش‌آموزان ریاضی می‌پردازد. در این پژوهش نتایج نشان‌دهنده آن هستند که تدریس موضوعی نظیر احتمال منجر به علاقه‌مندی به مطالعه این نظریه، فهم ارزش این نظریه در فلسفه و شناخت نتایج عملی آن در زندگی شده است.

اشلی و شولدوس (Asli & Zsoldos, 2021) در پژوهش خود به این پرداخته‌اند که ریاضی دارای ماهیتی میان‌رشته‌ای است. اما این نقش تنها زمانی تحقق می‌یابد که هم معلم با این تأثیرات آشنا باشد و هم نگرش مثبتی به آن داشته باشد.

چوهان و سای (Chuan & Tsai, 2020) در پژوهش خود به این پرداخته‌اند که افلاطون‌گرایی در ریاضی توجهی به ارتباط ریاضی با دنیای واقعی ندارد. یعنی افلاطون‌گرایی در ریاضی ابعاد اجتماعی تدریس و یادگیری ریاضی را منتفی می‌داند. در مقابل ساخت‌گرایی تأکید بر آشنایی با معنای اجتماعی نظام‌های نمادین و موارد کاربرد اجتماعی آنها دارد. بر اساس رویکرد ساخت‌گرا ریاضی می‌تواند شکل‌دهنده منش و تفکر انسان باشد. در واقع ریاضی باید از معرفی به عنوان مجموعه ارزشمندی از دانش^۲ که مخصوص افراد خاصی است به عنوان رشته و دانشی برای زندگی واقعی لحاظ شود.

یونالم (Yenealem, 2020) در پژوهش خود به این پرداخته است که می‌توان جهان را به گونه‌ای ریاضیاتی ترسیم نمود. ریاضی ظرفیت فراهم نمودن یک زبان جهانی و یک مبنا برای انتزاع، تعمیم و

¹ Spindler

² prized body of knowledge

ترکیب و بسط دهنده دلایل انتقادی و منطقی و مهارت‌های حل مسئله و تحلیل است. ریاضی همچنین با ظرفیت انتقادی‌اش زمینه تحول عدالت اجتماعی را فراهم می‌نماید. زمانی که به تعامل فلسفه و ریاضی پرداخته می‌شود در واقع مطالعه ذات بنیادین دانش، واقعیت و وجود مدنظر است. به‌عنوان مثال پرسش از اینکه آیا عدد وجود دارد و یا چه نوع وجودی دارد (وجودش به چه معنا است) زمینه پرسش از وجود و هستی‌شناسی مطرح می‌شود. یا استفاده از علائم و نمادها می‌تواند به‌عنوان مدلی در تمامی موضوعات کاربرد داشته باشد. همچنین سؤالاتی در باب اعتبار یافته‌ها زمینه ورود به مباحث معرفت‌شناختی را فراهم می‌نماید.

اورادی و دوگانای (Uredi & Doganay, 2023). در پژوهش خود به این پرداخته‌اند که منبع دانش ریاضی مسائل زندگی واقعی است و استنتاج و دلالت‌های حاصل از دانش ریاضی با زندگی واقعی درهم‌تنیده‌اند. به واسطه این ساختار، ریاضیات شامل مهارت‌ها و روش‌هایی است که در هر زمینه‌ای کاربرد داشته و از دوران قبل از مدرسه تا پایان عمر ادامه می‌یابد. فواید ریاضی از یک سو شامل بهبود و تقویت استدلال، تفکر و بحث افراد است و از سویی دیگر بسیاری از موضوعات دنیای واقعی دارای ساختاری ثابت‌اند و این ساختار ثابت می‌تواند با ابزارهای ریاضی تبیین شود.

پژوهش‌های فوق تأکید بر تأثیر عام آموزش ریاضی بر تفکر، باور و عمل دانش‌آموزان دارند. تحقق چنین هدفی را به واسطه علاقه‌مندی به ریاضی، تلاش برای بسط ریاضی و همچنین کاربرد ریاضی در شکل‌گیری منش فلسفی دنبال می‌نمایند. منشی که تفکر، تحلیل، ترکیب و نقد از مؤلفه‌های اصلی آن محسوب می‌شوند. پژوهش حاضر در رابطه با پیشینه‌های بیان شده در پی بسط تأثیر ریاضی در شکل‌گیری منش فلسفی به گونه‌ای خاص و نظام‌مند است. بدین صورت که با رجوع به مفروضات فلسفی دو رویکرد رایج در آموزش ریاضی به استنتاج اصولی در راستای ایجاد منش فلسفی بپردازد. تحقق هدف فوق با رجوع به مفروضات دو رویکرد غالب در آموزش ریاضی یعنی مطلق‌گرایی و ساخت‌گرایی است. اصولی که با الهام از آنها معلمین ریاضی در کنار بهره‌گیری از استلزامات این دو رویکرد در آموزش ریاضی بتوانند منش فلسفی مقتضی هر دو را نیز فراهم نمایند.

در رابطه با ضرورت این پژوهش باید توجه داشت که تحقق اهداف آموزشی مستلزم دانش رشته‌ای و میان رشته‌ای است. یعنی هم باید به دانش نظری و تخصصی توجه داشت و هم به اثرات، آرمانها، هنجارها و ارزش‌ها (Marsh, 2013: 249). در واقع هر موضوع آموزشی هم دارای محتوای تخصصی - رشته‌ای و هم محتوای جانبی (نتایج غیر تخصصی که بیشتر بر ایجاد مهارت و نگرش تأکید دارد) است. محتوای تخصصی - رشته‌ای در ریاضی اشاره دارد به اهداف اصلی و قصد شده رشته ریاضی که درس ریاضی به دنبال تحقق آنها است. این محتوا چیزی است که باعث تمایز ریاضی از سایر دروس می‌شود. محتوای جانبی به انتظارات غیر ریاضیاتی اشاره دارد که ما عامدانه از قبل درس ریاضی در به دنبال دستیابی به آنها هستیم. البته در کنار اهداف قصد شده پیامدها و اثرات

ناخواسته و ضمنی نیز باید لحاظ شود. پیامد ضمنی اشاره دارد به نگرش‌های ناخواسته‌ای که منتقل می‌شوند (Ebadi, 2017). براین اساس باید در کنار تدریس و آموزش ریاضی به‌عنوان یک‌رشته تخصصی به کارکردهای آن نیز در سایر حوزه‌ها توجه نمود. در واقع دلیل توجیه‌کننده پرداختن به چنین همگرایی ازاین‌جهت است که پیامد تخصصی - رشته‌ای و قصد شده در صورت فراگیری - خواه مبتنی بر حفظ و خواه مبتنی بر یادگیری - به‌مرور فراموش خواهد شد. حتی دانش‌آموختگان رشته ریاضی در صورت عدم کاربرد و مرور قواعد یادگرفتن شده آنها را فراموش خواهند نمود. حتی در صورت دوام کاربردی محدود خواهد داشت. یعنی مباحث تخصصی صرفاً ماهیتی آکادمیکی و قابل‌فهم برای دانشجویان و دانش‌آموختگان رشته ریاضی است؛ اما پیامدهای جانبی و ضمنی قابلیت‌هایی هستند که به‌راحتی رنگ فراموشی به خود نخواهند دید. به‌عنوان مثال اگر بتوانیم به واسطه انجام اعمال ریاضی اهداف جانبی نظیر قدرت استدلال، بحث گروهی، مکاشفه‌گری، فرضیه‌سازی را در افراد تقویت نماییم، بعید است که این قابلیت‌ها به‌راحتی فراموش شود. به‌عنوان مثال اگر بتوانیم منش ساختن و نخواستن را در بچه‌هایمان ایجاد نماییم این خصایص در آینده منجر به آن خواهند شد که نسلی توسعه‌طلب و خلاق در تمامی ساحات از جمله ریاضی داشته باشیم.

در راستای تحقق هدف فوق یعنی ارائه چشم‌اندازی فلسفی و منسجم از ماهیت غیر ریاضیاتی ریاضی این پژوهش در تلاش است تا با رجوع به دو رویکرد از رویکردهای مطرح در آموزش ریاضی یعنی مطلق‌گرایی و ساخت‌گرایی استلزامات غیر ریاضیاتی آنها را استنتاج و چشم‌اندازی کلی برای تدوین، آموزش و تدریس آنها فراهم نماید. دلیل انتخاب این دو رویکرد ازاین‌جهت است که نظریات متنوع در ریاضی به‌طورکلی در دو رویکرد قابل تقسیم‌بندی هستند. دسته اول نظریاتی که وجه مشترک تمامی آنها وجود قوانین ثابت و فرازمانی و مکانی در ریاضیات است و دسته دوم نظریاتی که وجه مشترکشان نسبیت و تأثیر عوامل زمانی، مکانی و فرهنگی در شکل‌گیری و ترویج ریاضیات است. براین اساس، سؤالات این پژوهش به شرح زیر خواهد بود:

۱- آموزش ریاضی مطلق گرا چگونه منجر به ایجاد و پرورش منش فلسفی دانش آموزان خواهد شد؟

۲- آموزش ریاضی ساخت گرا چگونه منجر به ایجاد و پرورش منش فلسفی دانش آموزان خواهد شد؟

روش‌شناسی پژوهش

این تحقیق از نظر طرح، جزو تحقیقات کیفی است. روش به کار گرفته شده تحلیلی - استنتاجی است. روش تحلیل و استنتاج، یکی از روش‌های مطرح پژوهشی در فلسفه تعلیم و تربیت است. این

روش زمانی به کار برده می‌شود که پژوهشگر مسائل تعلیم و تربیت، موضع فلسفی معینی را مبنا قرار می‌دهد و می‌خواهد آن را کاربردی کند، به نحوی که بتواند برای مسائل تعلیم و تربیت پاسخی فراهم کند. تحلیل در این پژوهش دارای دو گام است. گام اول توصیف، یعنی بررسی موضوع مدنظر و گام دوم، تعیین شرط‌های لازم (Bagheri, 2010: 137). در این پژوهش، جمع‌آوری اطلاعات با رجوع به کتب و مقالات انتشار یافته در رابطه با آموزش ریاضی، دیدگاه‌های فلسفی به طور عام و به طور خاص (فلسفه ریاضی) در رابطه با آموزش ریاضی انجام شده است. در قسمت تبیین چارچوب نظری سعی شده است تا به کتب و مقالات صاحب‌نظران آموزش ریاضی رجوع شود، کتب و مقالاتی که عمدتاً ماهیتی نظری و توصیفی دارند. در قسمت پیشینه و بیان مسئله به مقالات پژوهشی رجوع شده که عمدتاً به بررسی چگونگی اثربخشی و یا آسیب‌شناسی آموزش ریاضی پرداخته اند. روش تجزیه و تحلیل به این شکل انجام شده است که پس از مطالعه دیدگاه‌های فلسفی مطلق‌گرایی و ساخت‌گرایی در آموزش ریاضی به استنتاج اصول فلسفی پرداخته‌ایم.

تبیین دو رویکرد مطلق‌گرایی و ساخت‌گرایی در آموزش ریاضی

از آنجایی که هدف این پژوهش توجه به استلزامات غیر ریاضیاتی رویکردهای غالب ریاضیات در زندگی است؛ لذا در ادامه به تحلیل دو رویکرد مطرح در حوزه آموزش ریاضی و سپس به استنتاج استلزاماتشان خواهیم پرداخت. در این زمینه به مطلق‌گرایی و ساخت‌گرایی به عنوان دو رویکردی که همواره در برابر هم قرار گرفته‌اند اشاره خواهیم نمود.

مطلق‌گرایی در آموزش ریاضیات

منشأ مطلق‌گرایی را می‌توان در آرای اندیشمندان یونان باستان جست‌وجو نمود. بسیاری از فلاسفه آن دوران از جمله افلاطون و ارسطو جهان را به عنوان یک موجود کامل می‌نگریستند. آنها معتقد بودند که در چنین قلمروی بی‌نقص، باید بتوان نتایجی بی‌نقص و درعین حال بدون بهره‌گیری از تکنیک‌های تجربی به دست آورد^۱ (Izmirli, 2020). افلاطون جهان را طبقه‌بندی شده و بالاترین و کامل‌ترین مرتبه را جهان ایده‌ها یا مثل و پست‌ترین مرتبه را جهان مادی می‌دانست. جهان مثل محل استقرار موجودات حقیقی است و جهان فیزیک محل استقرار موجودات فانی. موجودات حقیقی بازنمود خود را در قالب مفاهیم تبلور می‌بخشند (Plato, 2010: 168). ارسطو حقایق مطلق و کامل افلاطون را باور داشت ما آنها را نه در جهان مثل بلکه در همین جهان و به آنها صورت نام نهاد (Aristotle, 1971: 67). آنچه مسلم است ایده‌های افلاطونی و صورت‌های ارسطویی گواه وجود

^۱ روش قیاسی شیوه‌ای بود که می‌توانست چنین انتظاری را تحقق بخشد. یکی از اشکال رایج تفکر در این دوران که تاکنون نیز ادامه داشته استدلال قیاسی است. استدلال قیاسی، یعنی شروع با برخی از حقایق شناخته شده (یا فرضی) و استفاده از قوانین منطق برای رسیدن به برخی نتیجه‌گیری‌ها.

موجودات کامل و ثابت هستند؛ لذا وظیفه اصلی علم در گام نخست کشف این حقایق و در گام دوم انتقال و آموزش آنها است. در دیدگاه افلاطون موجودات حقیقی بازنمود خود را در قالب مفاهیم تبلور می‌بخشند (Plato, 2010: 168). براین اساس تمامی حوزه‌های معرفتی ملزم به کشف ایده‌ها یا همان موجودات حقیقی و ارائه آنها در قالب مفاهیم هستند. یکی از حوزه‌هایی که هدفش کشف حقایق ثابت و کامل است ریاضی است.

مطلق‌گرایی، ریاضی را دانشی مطلق با تعاریف و قواعدی ثابت و پیشینی لحاظ می‌نماید (Ernest, 1993: 4-5) با توجه به ماهیت پیشینی و ثابت این علم، آموزش ریاضی یا صرفاً انتقال و فهماندن دانش ریاضی است یا اکتشافی، یعنی معلم و دانش‌آموز باید به کشف مفاهیم و قواعد ریاضی بپردازند (Ernest, 2005: 1). امروزه نوافلاطونیان در حوزه ریاضی، مانند کانتو^۱، هرमित^۲ و گودل^۳، مفاهیم و موضوعات ریاضی مثل اعداد را واقعیت‌هایی می‌دانند که مستقل و خارج از ذهن ما وجود دارند و ما باید آنها را درک نماییم. در این راستا هرکدام از مفاهیم و نمادهای ریاضی بازنمودی از حقایق جهان هستند (Sriraman & English, 2010: 214-215). آنچه که برای مطلق‌گرایان مهم است این است که دانش آموزان بر مهارت‌های مورد نیاز در آن سطح تسلط پیدا کنند. استاد حقایق را ارائه می‌دهد و دانش آموز آنها را بی‌کم و کاست می‌آموزد (Izmirli, 2020). در این شیوه تلاشی برای نقد و یا احساس نیاز برای به زیر سوال بردن اعتبار دانش منتقل شده وجود ندارد.

ساخت‌گرایی در آموزش ریاضیات

اگرچه اصطلاح ساخت‌گرایی برای اولین بار توسط ژان پیاژه مطرح شد، اما می‌توان ایده‌های ساخت‌گرایی را در آثار فیلسوفان اولیه یونانی مانند هراکلیتوس، پروتاگوراس و سقراط یافت. در واقع، ادعای هراکلیتوس که همه چیز جریان دارد، ادعای پروتاگوراس که انسان معیار همه چیز است، و قاعده سقراطی که من فقط می‌دانم که هیچ‌چیز نمی‌دانم را می‌توان به‌وضوح در راستای ساخت‌گرایی تفسیر کرد (Izmirli, 2020). بنیان ساخت‌گرایی این ایده است که دانش به طور منفعلانه دریافت نمی‌شود، بلکه به طور فعال توسط پژوهشگران ساخته می‌شود (Yan et al., 2020). دانش نتیجه فعالیت سازنده یک سوژه فردی است، نه کالایی که به نحوی در خارج از فرد قرار دارد و می‌تواند با ادراک یا ارتباطات زبانی منتقل یا القا شود؛ بنابراین، دانش یک فرایند شناختی خودسازماندهی شده در مغز انسان است که هدف آن دستیابی به تصویری واقعی از دنیای واقعی نیست، بلکه تشکیل سازمانی قابل دوام از جهان آن‌گونه که تجربه می‌شود، است (Izmirli, 2020).

¹ Canto

² Hermit

³ Goedel

ساخت‌گرایی، در حوزه ریاضی مدنظر متفکرینی چون پل ارنست و جرج پولیا^۱ است. ساخت‌گرایی از دو منظر قابل تأمل است

۱. ساخت‌گرایی در تقابل با مطلق‌گرایی معتقد است دانش ریاضی مانند سایر علوم، نوعی باور موجه است (Ernest, 1993: 4) باوری که در قالب مفاهیم قابل آزمون خود را نشان می‌دهد. نمادهای ریاضی ساخته و مرتبط با این مفاهیم هستند. این مفاهیم که هویت‌بخش نمادها هستند مشتق از تجارب ما از جهان واقعی‌اند. پس هم مفاهیم و هم نمادها در تعامل با محیط ساخته می‌شوند. به‌عنوان مثال، عمل تجربی شمارش نیاز به عدد را ایجاد نموده است (Ernest, 2005: 6). از این جهت در کنار ساخت مفاهیم و نمادها توجه به بررسی مفاهیم ریاضی در سیر تاریخ نیز حائز اهمیت است. به‌عنوان مثال تعریف عدد در دوران باستان، رنسانس و عصر حاضر (Bishop, Karen, Van Bendegem, 2007: 88). سیر تاریخی اشاره به این دارد که اثبات‌های ریاضی از استانداردهای متفاوتی در دوره‌های مختلف تاریخ پیروی می‌کنند (Izmirli, 2020). براین اساس عناصر تاریخی و فرهنگی برای آموزش ریاضیات ضروری است (Yan, Suyue & Ma, 2020). باید توجه داشت که ارائه ریاضیات در یک زمینه تاریخی و فرهنگی، مفهومی از این رشته را به‌عنوان یک حوزه مطالعاتی پویا و دائماً در حال تغییر که قابل رد و تجدیدنظر است تأیید می‌کند. همچنین، رویکرد تاریخی خصلت بین‌المللی ریاضیات را نشان می‌دهد. این حقیقت که همکاری فراملی، همبستگی جهانی و مشارکت دانشمندان همیشه مظهر توسعه ریاضیات بوده‌اند (Izmirli, 2020).

۲. ساخت‌گرایی در حالتی ملایم‌تر معتقد است هرچند معرفت علمی توسط انسان ساخته می‌شود، اما این نفی‌کننده وجود یک واقعیت هستی‌شناختی بیرونی مستقل از اندیشه بشری نیست. صرفاً ادعای غیرقابل دسترس بودن آن است. پذیرش این اعتقاد منجر به آن خواهد شد تا با اعتراف به خطا پذیر بودن اعتقاداتمان هرگز با اطمینان به خاموش کردن اعتقادات دیگران نپردازیم (Mill, 2011: 215-216). لذا ما خواهیم پذیرفت که هیچ راهی برای تأیید اینکه فرد به دانشی قطعی از جهان دست یافته است وجود ندارد. همچنین روش‌شناسی معتبر واحدی در علم وجود ندارد، بلکه روش‌های گوناگون می‌توانند مؤثر باشند (Izmirli, 2020). بر این اساس باید عدم قطعیت و حل مسئله را جایگزین قطعیت و انتقال مفاهیم صرفاً انتزعی نمود (Akbayir & Tedikci, 2022).

¹ Polya

استلزام‌های فلسفی مطلق‌گرایی

۱. **تلاش برای فهم قواعد ثابت.** یکی از اهداف آموزشی شکل‌گیری منشی است که بر اساس آن افراد در مسیر کشف حقایق تلاش نمایند. تلاشی که ثمره آن یا اثبات یا باور موجه و قابل‌پذیرش در یک موضوع برای همگان باشد. در راستای تحقق هدف فوق مفروضه دوم مطلق‌گرایی در ریاضی می‌تواند مفید باشد. بر اساس مفروضات مطلق‌گرایی در آموزش ریاضی، ریاضی‌دانشی مطلق با تعاریف و قواعدی ثابت و پیشینی است و تلاش‌های فکری باید در راستای دستیابی به آنها باشد. پذیرش چنین اصلی از علمی معتبر که بر بستر موضوعاتی انتزاعی ساخته شده زمینه حرکت به سمت دستیابی به قواعد مطلق در حوزه‌های دیگر مانند اخلاق و دین را فراهم می‌نماید. باید توجه داشت که افلاطون بنیان تعاریف انتزاعی ثابت در علوم انسانی را از علم ریاضی وام‌گرفته است (Plato, 2004: 165-166). اعتماد به چنین خصیصه‌ای در هستی‌ازاین‌جهت مهم است که امروزه اندیشه‌های نسبی‌گرا و ساخت‌گرایی افراطی در حال گسترش بوده و داعیه ساخت شخصی یا اجتماعی دانش دارند. حال آنکه نیاز دنیای امروز در حوزه‌های انسانی دستیابی به مفاهیمی قابل‌پذیرش برای همگان است. در غیر این صورت تفاسیر ماهیتی خودسرانه خواهد یافت و اندیشه‌ها لفظ تهی از معنا خواهند بود (Gadamer, 2008: 15). در نتیجه مفاهیمی نظیر آزادی، عدالت، شجاعت، حکمت می‌توانند بیشتر از آنکه هدایت‌گر باشند محدودیت‌آفرین باشند. تاکید بر تلاش در این اصل ضامنی است برای اینکه هیچ فرد یا گروه و جامعه یا دین و مشرب فکری به خود اجازه ندهد تا ادعا نماید که به حقیقت دست‌یافته است. چرا که طرح چنین ادعایی زمینه شکل‌گیری تعصب، تحمیل آراء یک فرد یا طیف بر دیگران (Mill, 2011: 265). و محرومیت از آشنایی با دست‌آوردهای جدید را به همراه خواهد داشت.

۲. **ارزش انتقال و فهماندن.** یکی از اهداف نظام آموزشی ایجاد منش کوشش محور و بها دهنده به دانش و دانش‌اندوزی صرف‌نظر از نتایج مادی آن است. یعنی دانش‌آموزان به‌تمامی علوم و حوزه‌های معرفتی بها داده و تسلط و فراگیری این حوزه‌ها را ارزشمند تلقی نمایند. مفروضه دوم ما از مطلق‌گرایی می‌تواند در این راستا نیز مفید واقع شود. در مفروضه دوم باتوجه‌به ماهیت پیشینی و ثابت علم ریاضی، آموزش ریاضی در گرو انتقال و فهماندن دانش ثابت ریاضی به طور کامل است. انتقال مفهومی است که امروز در مباحث تربیتی مورد کم‌توجهی قرار گرفته است. علت آن حالت انفعالی دانش‌آموز در این شیوه است. اما باید توجه نمود که همواره نمی‌توان انتظار داشت که دانش‌آموزان نسبت به‌تمامی مباحث علاقه‌مند شده

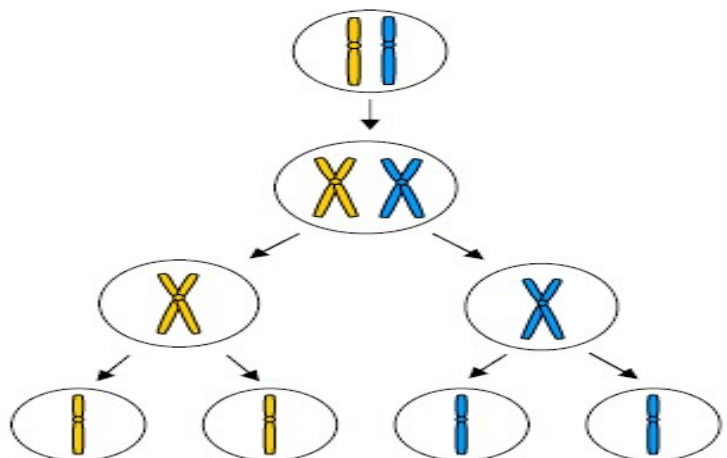
و فعالانه به کشف و ساختن بپردازند؛ لذا نمی‌توان محتوای غنی را تا آن زمان رها نمود. به تعبیر دیویی رویکردهای کوشش محور معتقد به این هستند که کودکان در دوران تحصیل با موضوعاتی مواجه می‌شوند که در آن دوران برای آنها هیچ نفعی ندارد. این موضوعات در آینده به کار آنها خواهند آمد. بی‌توجهی به این موضوعات و رفتن به سمت لذت و رغبت منجر به آن می‌شود که دست کودکان را برای آینده خالی نماییم. اما انضباط و کوشش زمینه این را فراهم می‌نماید که فرد در قبال مسائل پیشرو که عمدتاً تحمیلی هستند، توانایی مواجهه و حل مسئله را داشته باشد (Dewey, 1942: 34) در کنار مبحث انفعال باید به این نکته نیز توجه نمود که بسیاری از موضوعات مانند اسامی اشخاص، مکان‌ها، حفظ اشعار و نظایر آن ماهیتی انتقالی و حفظی دارند. اینها موضوعاتی هستند که هر فرد فرهیخته‌ای باید با آنها آشنا باشد. به‌عنوان مثال نمی‌توان ایرانی بود و با اسامی شعرا، مفاخر ملی و مکان‌های تاریخی و فرهنگی مهم کشورمان آشنا نبود.

۳. **دوری از سطحی‌نگری.** یکی از اهدافی که نظام آموزشی باید ایجاد نماید منش کاوش‌گری به‌جای پذیرندگی و انفعال است. تحقق هدف فوق در گرو آن است که دانش‌آموزان به این باور دست یابند که محتوای ارزشمند کتاب‌ها تنها بخش کوچکی از دریای عظیم علم را کشف و نشان داده‌اند. بخش عظیمی از علم پنهان و نیازمند کشف و انتشار است. مفروضه دوم ما از مطلق‌گرایی می‌تواند در این راستا نیز مفید و تأثیرگذار باشد. در مفروضه دوم، ریاضی به شیوه‌ای اکتشافی نیز کسب می‌گردد. یعنی معلم و دانش‌آموز باید به کشف مفاهیم و قواعد ریاضی بپردازند. بهره‌گیری از چنین فرایندی در آموزش ریاضی زمینه پذیرش حقایق پنهان را فراهم نموده؛ لذا نباید به‌گونه‌ای سطحی‌نگرانه به علوم توجه نمود. دوری از سطحی‌نگری با فرض وجود حقایق پنهان ما را به سمت حرکت از رویدادها و رخدادها به لایه‌های زیرین پنهان سوق خواهد داد. به تعبیر باسکار^۱ حرکت از سطح رخداد به سطح واقع، سطحی که شامل ساختارها و سازوکارهای ایجادکننده رخدادها است (Bhaskar, 1998: 20). کشف ما را از تفسیر به تبیین و از تبیین به جدی‌انگاری هستی می‌کشاند. جدی‌انگاری که ثمره آن تلاش برای جست‌وجوی حقایق پنهان است؛ لذا ما کارآگاهان دنیای واقعی خود خواهیم بود. این اصل همچنین این جسارت را به ما خواهد داد که جهان را پدیدارشناسانه بررسی نماییم. یعنی بتوانیم مفاهیم رایج را به تعبیر هوسرل در پراتنز قرار داده (Khabbazi Kenari, 2015) و آنها را آن‌گونه که هستند و خود را به ما نشان می‌دهند مشاهده و درک نماییم نه آن‌گونه که ما آنها را می‌بینیم یا دیگران به ما

¹ Bhaskar

نشان داده‌اند. این اصل از آنجاکه ناظر به واقعیت‌ها است؛ لذا زمینه نقد و رهایی بخشی از ساختارهای محدودیت آفرین را نیز ایجاد خواهد نمود.

۴. **ماهیت بازتوصیفانه هستی.** یکی از اهداف نظام آموزشی افزایش قدرت فهم روابط بین عناصر و مؤلفه‌های یک موضوع و عینیت بخشی به آن است. عینیت بخشی به گونه‌ای که برای همگان قابل فهم بوده و بتوان آن را آموزش داد و همچنین زمینه تعمیم را فراهم نماید. در این راستا مفروضه سوم مطلق گرایی می‌تواند مفید باشد. مفروضه سوم اشاره به این دارد که در دیدگاه افلاطون و نوافلاطونیان، هر مفهوم، نماد و بازنمود یک ایده (موجودات واقعی انتزاعی) است و هرکدام از مفاهیم و نمادهای ریاضی بازنمودی از حقایق جهان هستند. آموزش ریاضی در این حالت ماهیتی مبتنی بر یافتن مدل و الگو خواهد بود. مدل و الگویابی به این معنا است که بتوان با استفاده از علائم و نشانه‌های ریاضیاتی، ساختار یک موضوع غیر ریاضی را نمایان ساخت. در این سطح، این سؤال را می‌توان مطرح کرد که مسئله موردنظر به کدامیک از شاخه‌های هندسه، کسر، جبر و... مربوط است و چگونه می‌توان آن را مدل سازی ریاضیاتی کرد (Alamiyan, Lotfinejad, Habibi, 2019: 5). در این سطح، مفاهیم و قضایای ریاضی باید بتوانند یک موضوع غیر ریاضیاتی را بازطراحی یا باز توصیف ریاضیاتی نمایند. عملی که در تمامی حوزه‌ها و علوم دارای کاربرد است. درواقع بر همین اساس است که برخی مدل سازی را، شیوه‌ای در راستای کاربرد ریاضیات می‌دانند؛ و حرکت از ریاضیات محض به کاربردی قلمداد می‌نمایند (Rafiepour, 2015). موضوعاتی چون: مدل ریاضی طرح استقرار سلول‌ها در سیستم تولید انعطاف پذیر (Jabal Ameli & Eastwester, 2001) نمونه‌ای از مدل یابی هستند. به عنوان مثال تصویر رشتمان (تقسیم سلول)^۱ که به صورت زیر است:



بعد از آنکه این شکل را به دانش آموز نشان می‌دهیم، او را راهنمایی می‌کنیم تا بتواند بر اساس نظم موجود در این استقرار آن را به زبان ریاضی نشان دهد. در این فرایند دانش آموز باید از قبل به درکی از قواعد ریاضی رسیده، سپس در ذهن خود مرور و تحلیل و سپس ساختار سلولی را بر اساس آن نشان دهد. در همین مثال دانش آموز پس از چند مرحله می‌تواند با روابط موجود بین شماره مرحله و تعداد سلول‌ها به الگوی رشد آن‌ها که در عدد ۲ ضرب می‌گردد برسد و این یعنی کشف الگوی رشد سلولی که در جهان واقعی موجود هست. چنین نگاهی (یافتن مدل و الگو) زمانی که به سایر حوزه‌ها منتقل می‌شود منجر به آن می‌شود که افراد در تمامی حوزه‌ها به دنبال یافتن یک ساختار با روابط مشخص باشند. چنین امری منجر به آن می‌شود که بسیاری از ایده‌ها و طرح‌های مبهم و فاقد انسجام شناسایی و مورد نقد قرار گیرند.

استلزام‌های فلسفی ساخت‌گرایی

۱. پذیرش نظریات به‌مثابه باورهای موجه: یکی از اهداف نظام آموزشی شکل‌گیری منشی علم پژوه و درعین حال بی‌تعصب و متواضع است. در واقع تعصب و غرور ثمره برداشت سطحی از علم‌ورزی است. برداشتی که علم را ثابت و محدود و کسب‌کننده آن را عالم و متخصص لحاظ می‌نماید. حال آنکه اعتقاد به سازه‌ای و فرضیه‌ای بودن علم در برابر ثبات و مطلق بودن آن زمینه تواضع و عدم تعصب را فراهم خواهد نمود. در راستای دستیابی به این هدف، مفروضه اول ما از ساخت‌گرایی می‌تواند مفید باشد. مفروضه اول اشاره به این دارد که دانش ریاضی مانند سایر علوم، نوعی باور موجه است باوری که در قالب مفاهیم قابل‌آزمون خود را نشان می‌دهد. اصل پذیرش نظریات به‌مثابه باورهای موجه منجر به آن خواهد شد که علوم را به‌مثابه فرضیه‌های موقت در نظر آورده و هیچگاه در رابطه با نظریات اثبات شده و اثبات‌کنندگان آنها جانب‌دارانه و متعصبانه عمل نکنیم. باید به این امر توجه داشت که باور موجه لزوماً انکارکننده حقیقت نیست؛ بلکه این فرض وجود دارد که یا حقیقت به طور کامل به دست نمی‌آید و یا ما چون معطوف به حل مسئله‌ای خاص بوده‌ایم؛ لذا جنبه‌ای خاص از حقیقت را یافته‌ایم و یا اینکه ابزارها و فهم ما ناقص و ناکافی است. باور موجه همچنین ضرورت گفت‌وگو، استدلال و تکافوی عدله را در مباحث علمی به همراه خواهد داشت. خصیصه گفت‌وگویی به تعبیر استوارت میل باعث رشد و پیشرفت علوم خواهد شد (Mill, 2011: 247).

۲. قدرت ساخت‌گرایانه ذهن بشر. یکی از اهداف نظام آموزشی ایجاد منش نوآور، خلاق و ریسک‌پذیر است. در این راستا مفروضه دوم ما از ساخت‌گرایی می‌تواند مفید باشد.

مفروضه دوم اشاره به این دارد که نمادهای ریاضی ساخته شده و مرتبط با مفاهیم هستند. توجه به قدرت ساخت‌گرایانه ذهن بشر افزایش‌دهنده اعتماد به نفس و ایجادکننده منش نوآورانه است. منشی که به تعبیر استوارت میل حالتی است که افراد علاوه بر آنکه به کشف راه‌های تازه می‌پردازند؛ بلکه آگاهانه و اختیاری به تغییر سنت‌ها و ابداع راه نو برای اعمال شان می‌پردازند (Mill, 2011: 267). در واقع تا زمانی که ما جسارت ساختن و تغییر را نداشته باشیم، وابسته به دستاوردهای دیگران خواهیم بود. دستاوردهای دیگران به عنوان قوانینی ثابت لحاظ خواهند شد و ما مطیع آنها خواهیم بود. آنچه که به عنوان محافظه‌کاری لحاظ می‌شود براینند چنین تفکری است. یعنی قوانین ثابتی وجود داشته و دیگران به آن رسیده‌اند؛ لذا وظیفه ما حفظ و پاسداشت آنها است. به تعبیر استوارت میل اگر خلاقیت و نبوغی نباشد در نهایت این پاسداشت به پاسداشت ذهن ما از آشنایی با ایده‌های جدید تبدیل خواهد شد (Mill, 2011: 268).

۳. **تعامل آگاهانه مشارکتی.** یکی از اهداف نظام آموزشی ایجاد منش تعاملی (بین‌رشته‌ای) و مشارکتی (کار تیمی) است. در واقع با توجه به درهم‌تنیدگی هستی‌شناختی موضوعات (Bhaskar, 2006). پژوهش میان‌رشته‌ای امری ضروری تلقی می‌شود. همچنین بالطبع آن کار تیمی و ایجاد فرهنگ مشارکت نیز ضروری خواهد بود. در راستای تحقق چنین منشی مفروضه سوم ما از ساخت‌گرایی می‌تواند مفید باشد. مفروضه سوم اشاره به این دارد که مفاهیم که هویت‌بخش نمادها هستند مشتق از تجارب ما در جهان واقعی‌اند. پس هم مفاهیم و هم نمادها در تعامل با محیط ساخته می‌شوند. اما باید توجه داشت که به دلیل ماهیت چندوجهی موضوعات، تعامل صرفاً به‌گونه‌ای مشارکتی و بین‌رشته‌ای به کمال خود خواهد رسید. دیویی یکی از متفکرینی است که به‌خوبی به این امر واقف است. او هدف از روش حل مسئله و تجربه متقابل را نه بالابردن قدرت کشف و حل مسئله بچه‌ها بلکه آماده نمودن برای تعامل متقابل افراد به واسطه کارگروهی برای مواجهه مؤثر با محیط می‌داند (Simpson & Stack, 1954). برای او مشارکت و انسجام اجتماعی بر کشفیات علمی و حل مسائل ارجحیت دارد. در واقع رشد و توسعه علمی به‌خوبی گواه این است که علم نمی‌تواند به‌گونه‌ای انفرادی و همچنین تک‌رشته‌ای رشد نماید. بلکه فعالیت‌های گروهی و در قالب تعاملات بین‌رشته‌ای امکان رشد و توسعه را به همراه خواهد داشت.

۴. **بررسی تبارشناسانه موضوعات و مفاهیم.** بررسی تاریخی هم از جهت پی‌بردن به علل و چگونگی شکل‌گیری دستاوردهای فرهنگی و تمدنی گذشته و هم ایجاد تعهد و قدردانی از گذشتگانی که زندگیشان را صرف خدمت به میهن و مردم کرده‌اند و بالیدن به هویت ملی یکی از اهداف نظام آموزشی است. در این راستا مفروضه چهارم ما از ساخت‌گرایی می‌تواند

مفید باشد. مفروضه چهارم اشاره به این دارد که باید به بررسی مفاهیم ریاضی در سیر تاریخ پرداخت. تبارشناسی نه فلسفه تاریخ به معنای یافتن قاعده‌ای مطلق است و نه به معنای تاریخی‌نگری و نسبیت بلکه به مثابه بررسی هر دوره تاریخی به گونه‌ای مجزا و منحصر به فرد است. اینکه یک موضوع چگونه در یک برهه زمانی خاص ساخته و پرداخته شده است. عوامل رغبت به سمت موضوع مورد نظر چه بوده، موضوعات رقیب آن چه بوده‌اند (Foucault, 2024: 39-45). در تبارشناسی اسامی و اشخاص به حاشیه رفته و نیازها، تمایلات، صفات شخصیتی به مرکز خواهند آمد.

جدول شماره ۱: اصول فلسفی برآمده از دو رویکرد مطلق گرا و ساخت گرا در آموزش ریاضی

ردیف	اصول فلسفی برآمده از آموزش ریاضی مطلق گرا	اصول فلسفی برآمده از آموزش ریاضی ساخت گرا
۱	تلاش برای فهم قواعد ثابت	پذیرش نظریات به مثابه باورهای موجه
۲	ارزش انتقال و فهماندن	قدرت ساخت گرایانه ذهن بشر
۳	دوری از سطحی‌نگری	تعامل آگاهانه مشارکتی
۴	ماهیت باز توصیفانه هستی	بررسی تبارشناسانه موضوعات و مفاهیم

در تحلیل اصول فوق باید به این نکته اشاره نمود که صرف نظر از تمایزات بنیادین این دو رویکرد اما اصول استنتاج شده می‌توانند به عنوان مکمل هم در نظام آموزشی مورد استفاده قرار گیرند. در واقع همان‌طور که مقدمات هنجارین این پژوهش نشان می‌دهد، تمامی این اصول برآورده‌کننده اهداف آموزشی هستند. آموزش صرف نظر از تمایز رویکردها در عمل به منظور تحقق اهداف خود بهره‌گیری و رعایت تمامی اصول استنتاج شده را می‌طلبد. بهره‌گیری و رعایت تمامی این اصول است که یکپارچگی و رشد متوازن فرد و جامعه را به همراه خواهد داشت. در غیر این صورت یا ما به سمت مطلق‌گرایی سوق خواهیم یافت که ثمره منفی آن کنار گذاشتن خصایصی نظیر خلاقیت، نگرش تغییر و ریسک‌پذیری، بررسی بسترهای فرهنگی، اجتماعی و تاریخی خواهد بود. همچنین کنار گذاشتن مطلق‌گرایی نیز پیامدهایی منفی نظیر بی‌توجهی و بی‌اعتبار دانستن ارزش‌های ثابت، کشف و انتقال دانش را به همراه خواهد داشت. ثمره آن نیز داشتن نگرشی سطحی و کاملاً ذهنی از دانش و معرفت خواهد بود.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف پژوهش حاضر نشان دادن کاربرد غیر ریاضیاتی ریاضیات در زندگی است. به تعبیری به جای جریان معمول حرکت از فلسفه به ریاضیات از ریاضیات به فلسفه حرکت نماید. جریان اول یعنی حرکت از فلسفه به ریاضیات هدفی است که بسیاری از مقالات در حوزه آموزش ریاضی به آن پرداخته‌اند. در این مقالات هدف استنتاج دلالت‌های از مبانی رویکردهای مختلف فلسفی در آموزش ریاضی است. جریان دوم؛ یعنی حرکت از ریاضی به فلسفه برخلاف جریان اول قصد دارد باتکیه بر ریاضی به عنوان علمی انتزاعی اما معتبر در کنار آموزش قواعد ریاضی، افراد را با منش فلسفی بار آورد. براین اساس ریاضی از حالت انزوایی و تخصصی خارج شده و حالتی پویا و فلسفی به خود خواهد گرفت. کتاب، کلاس و معلم ریاضی در کنار انتقال محتوای تخصصی ریاضی هم‌زمان در حال بارآوردن منش فلسفی دانش‌آموزان خود خواهد بود. منشی که با فراموشی قواعد تخصصی ریاضی فراموش نخواهد شد. منشی که به واسطه داشتن تفکر عمیق و کل‌گرایی فلسفی قادر به درک وقایع و مسائل زندگی و اتخاذ تدابیر و راه‌حل‌های مناسب در رابطه با آنها خواهد بود.

در این پژوهش دو رویکرد مطلق‌گرا و ساخت‌گرا در راستای تحقق هدف فوق مورد توجه قرار گرفته‌اند. این دو رویکرد از فلسفه وارد حوزه آموزش ریاضی شده و ماهیت و چگونگی برنامه درسی، محتوا، آموزش، تدریس، ارزشیابی و نقش معلم و دانش‌آموز را باتوجه به مفروضاتشان دستخوش تغییر نموده‌اند. اما ما در این مقاله نشان داده ایم که در مرحله بعدی این آموزش ریاضی است که می‌تواند بچه‌ها را با منش فلسفی مطلق یا ساخت‌گرایی آشنا نماید. به تعبیری فرایند پویا و زندگی‌بخش فلسفه نباید در کلاس ریاضی قطع شده بلکه باید تکثیر و گسترش یابد. در واقع باتوجه به جریان اول در حوزه آموزش ریاضی مفروضات فلسفی زمانی که در نظام آموزشی وارد می‌شوند تبدیل به اصولی برای جهت‌دهی به فرایند آموزش می‌شوند. در این حالت فلسفه در خدمت آموزش خواهد بود. فلسفه در حکم روغنی خواهد بود که موتور آموزش را برای ادامه حرکت روان و آماده نگه خواهد داشت. آموزش با کمک فلسفه به حرکت خاص خود ادامه خواهد داد. اما در جریان دوم که مدنظر ما بوده است آموزش ریاضی در خدمت فلسفه است. آموزش ریاضی در حکم شیوه‌ای است در راستای ایجاد و تعمیق اندیشه‌های فلسفی.

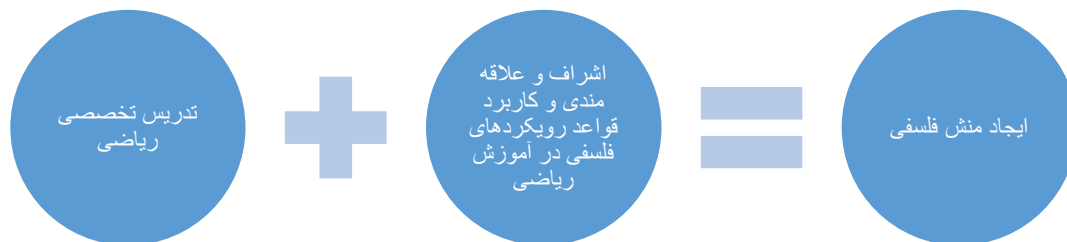
یافته‌های این پژوهش نشان داده است که آموزش ریاضی مطلق‌گرا و ساخت‌گرا باید بتوانند ویژگی‌های فلسفی زیر را در دانش‌آموزان ایجاد نمایند. آموزش ریاضی مطلق‌گرا باید بتواند: تلاش برای فهم قواعد ثابت، ارزش انتقال و فهماندن، دوری از سطحی‌نگری و ماهیت بازتوصیفانه هستی را منتقل نماید. آموزش ریاضی ساخت‌گرا نیز باید بتواند پذیرش نظریات به مثابه باورهای موجه، قدرت

ساخت‌گرایانه ذهن بشر، تعامل آگاهانه مشارکتی و بررسی تبارشناسانه موضوعات و مفاهیم را منتقل نماید.

ارتباط اصول استنتاج شده برآمده از مطلق‌گرایی و ساخت‌گرایی در این پژوهش نه در تقابل با هم بلکه کامل‌کننده هم هستند. تکمیل‌کنندگی به این صورت است که مطلق‌گرایی با اصول بحث شده ارائه‌دهنده تصویری از هستی است که در پرتو آن امید به آبادانی زندگی بشر امکان‌پذیر است؛ اما شرط آن جدیت، جسارت و دوری از سطحی‌نگری است. اما این حرکت زمانی ثمربخش و مداوم خواهد بود که معرفت و یافته‌ها و دستاوردها را مطلق نپنداشته و همواره امکان تغییر یا تعدیل و یا رد آنها وجود داشته باشد همچنین این فرایند از طریق عمل مشارکتی ممکن خواهد بود.

در پایان آنکه ایجاد منش فلسفی به واسطه آموزش ریاضی مستلزم رعایت نکات ذیل است:

۱. معلم باید با مبانی و اصول دیدگاه‌های فلسفی فوق آشنا باشد.
۲. معلم باید دارای نگرش مثبت و علاقه‌مند به مبانی و اصول این دیدگاه‌ها باشد.



۳. ایجاد منش باید نتیجه جانبی و ضمنی آموزش تخصصی ریاضی باشد. یعنی اگر معلم از اصول رویکردهای فوق در تدریس ریاضی استفاده نماید - با اشراف کامل و علاقه‌مندی به رویکردهای فوق - ثمره این آموزش باید شکل‌گیری منش فلسفی در دانش‌آموزان باشد. در نتیجه چنین فرایندی قابل شکل‌گیری خواهد بود:

باتوجه به موضوع بحث و ضرورت حرکت از ریاضیات به فلسفه و ایجاد افقی برای زندگی فلسفه ورزانه برای دانش‌آموزان، ضرورت دارد که به لحاظ کاربردی به پیشنهادهای زیر مورد نظر قرار گیرد:

۱. توجه به دروسی چون فلسفه، فلسفه علم، کاربرد ریاضیات در زندگی بشر در برنامه درسی دانشگاهی معلمان خواه رشته ریاضی و خواه علوم تربیتی که به تدریس ریاضیات می‌پردازند.

۲. طراحی و تدوین کتب ریاضی به گونه ای که اصول فلسفی فوق در آن ارائه شود.
 ۳. توجه به رویکردهای متنوع فلسفی به گونه ای مکمل نه به مثابه رقیب در آموزش ریاضی. رویکردهایی که هر کدام یک جنبه از واقعیت را مورد توجه قرار داده و تنها در صورت بررسی تمامی جنبه ها رشد و توسعه را ممکن خواهند نمود.
- به منظور اثربخشی و کارآمدی ایده اصلی این پژوهش یعنی کارکرد فلسفی ریاضیات ضروری است که پژوهش های میدانی در این رابطه انجام گیرد. پژوهش ها باید به بررسی امور زیر توجه داشته باشند:
- ۱- بررسی فایده بخش بودن و آسیب شناسی چنین آموزشی ۲- اینکه در صورت فایده بخش بودن آیا کلاس های ریاضی و معلمان ریاضی دارای چنین ظرفیت و توانی هستند یا خیر ۳- فراهم نمودن بستر و شرایط مناسب برای چنین هدفی.

References

- Adibnia, A. (2008). Studying the content of the fourth-year primary school mathematics book from teachers' perspectives. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 1(2), 53–75. (In Persian)
- Ahmady, G., Reyhani, E., & Nakhostin Roohi, N. (2015). The impact of mathematics communication-based training on students' mathematical reasoning ability. *Journal of School Psychology and Institutions*, 4(1), 22–37. (In Persian)
- Akbayir, K., & Tedikci, S. K. (2022). The effect of philosophy education on mathematics success. *Education Quarterly Reviews*, 5(2), 192–207. <https://doi.org/10.31014/aior.1993.05.02.615>
- Alam Al-Hudaei, S. H. (2000). Mathematics anxiety. *Journal of Psychology and Educational Sciences*, 5(1), 99–119. (In Persian)
- Alamiyan, V., Lotfinejad, A., & Habibi, M. (2019). The effect of applying Polya's problem-solving model on reducing Newman errors in tenth-grade combinatorics problems. *Quarterly Journal of Education in Basic Sciences*, 5(15), 25–39. (In Persian)
- Amini Far, E., Sedekpour, B., & Valy Nejad, F. (2011). The role of technology in mathematics learning. *Journal of Technology and Education*, 5(4), 265–272. (In Persian)
- Aminzadeh, A., & Hassanabadi, H. R. (2010). Cognitive deficits underlying math disability. *Journal of Developmental Psychology*, 6(23), 187–200. (In Persian)
- Aristotle. (2006). *Metaphysics* (Sharaf al-Din Khorasani, Trans.; 3rd ed.). Tehran: Hikmat. (In Persian)
- Asare, A., & Zadshir, M. (2016). Investigating the effect of computer-aided mathematics education on the attitude toward mathematics of ninth-grade female students. *Journal of Family and Research*, 35, 49–64. (In Persian)
- Asli, A., & Zsoldos-Marchis, I. (2021). Teaching applications of mathematics in other disciplines: Teachers' opinions and practices. *Acta Didactica Napocensia*, 14(1), 142–150.
- Bagheri, K. (2010). *Research approaches and methods in the philosophy of education*. Tehran: Research Institute of Cultural and Social Studies. (In Persian)
- Behrangi, M., Abbasian, H., & Zobarjadi Ashti, A. (2015). A model of mathematics education management: An effective strategy for academic progress of secondary school boys. *Journal of Managing Education in Organizations*, 4(2), 185–205. (In Persian)
- Bhaskar, R., & Danermark. (2006). Metatheory, interdisciplinarity, and disability research: A critical realist perspective. *Scandinavian Journal of Disability Research*, 8(4), 278–297.
- Bhaskar, R. (1998). *The possibility of naturalism: A philosophical critique of the contemporary human sciences*. London: Routledge.
- Bishop, A., Karen, F., & Van Bendegem, J. P. (2007). Philosophical dimensions in mathematics education. Springer Science.
- Brezovszky, B., McMullen, J., Veermans, K., Hannula-Sormunen, M. M., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Laakkonen, E., & Lehtinen, E. (2019). Effects of a

- mathematics game-based learning environment on primary school students' adaptive number knowledge. *Computers & Education*, 128, 63–74. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.09.011>
- Dawai, M. (2000). Analysis of elementary school mathematics textbooks based on Jerome Bruner's curriculum perspective. *Journal of Advances in Cognitive Science*, 2(1), 10–18. (In Persian)
- Degu, Y. A. (2020). Imagination in the philosophy of mathematics and its implications for mathematics education. *Mathematics Teaching Research Journal*, 12(2), 188–199.
- Demitriadou, E., Stavroulia, K. E., & Lanitis, A. (2020). Comparative evaluation of virtual and augmented reality for teaching mathematics in primary education. *Education and Information Technologies*, 25(2), 381–401. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-10385-2>
- Dewey, J. (1942). *School and student* (Mushaf Hamdani, Trans.). Tehran: Kayhan Printing Co. (In Persian)
- Dowker, A., Bennett, K., & Smith, L. (2012). Attitudes to mathematics in primary school children. *Child Development Research*, 8, 1–9. <https://doi.org/10.1155/2012/132402>
- Ebadi, S. H. (2013). Hidden curriculum: An apparent challenge or an unexplored opportunity? *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 2. <https://doi.org/10.6007/IJARPED/v2-i3/25> (In Persian)
- Ernest, P. (1993). *The philosophy of mathematics education*. Taylor & Francis.
- Ernest, P. (2005). *Constructing mathematical knowledge*. Taylor & Francis.
- Farahani, A., Arjamandania, A. A., Afrooz, G., & Hassanzadeh, S. (2012). Analysis of functional content of math textbooks for elementary students with mental disabilities. *Scientific Journal*, 4(15), 53–64. (In Persian)
- Foucault, M. (2024). *Nietzsche, genealogy, history* (Mohammad Saeed Hanaei Kashani, Trans.). Hermes Book Publishing Company. (In Persian)
- Friso van-den Bos, I., van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review*, 10(2), 29–44. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.04.002>
- Hui-Chuan, L., & Tsai, T. L. (2020). Philosophy of education for sustainable development in mathematics education: Have we got one? *Mathematics Teaching Research Journal*, 12(2), 136–142.
- Izmirli, I. M. (2020). Some reflections on the philosophy of mathematics education: A denunciation of the time and content arguments. *Pedagogical Research*, 5(2), 1–6.
- Jabal Ameli, M. S., & Eastwester, N. (2001). Mathematical model of cell deployment plan in flexible production systems. *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, 12(2), 131–140. (In Persian)

- Kastberg, S. E., Lischka, A. E., & Hillman, S. L. (2022). Supporting discussion practice in mathematics methods: Applications of whole-class scaffolding. *Psychology of Mathematics Education*, 47(7), 969–987.
- Khabbazi Kenari, M. (2016). Derrida and Husserl: Suspension or obedience. *Philosophy*, 13(2), 39–56. (In Persian)
- Kline, M. (2010). *Mathematics in Western culture* (Mohammad Danesh, Trans.). Tehran: Scientific and Cultural Publishing Company (Islamic Revolution Education). (In Persian)
- Kuznetsova, E. (2019). Probabilistic ideas and methods in undergraduate mathematics: Axiological aspects. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 363–373.
- Leung, F. K. S., Graf, K. D., & Lopez-Real, F. J. (2006). Mathematics education in different cultural traditions: A comparative study of East Asia and the West. Springer Science Business Media, Inc.
- Mackenzie, E., Holmes, K., & Berger, N. (2023). The role of mathematics anxiety and attitudes in adolescents' intentions to study senior science. *Intentions to Study Senior Science*, 3(1), 371–377.
- Marsh, C. J. (2013). *Integrative inquiry: The research synthesis* (Farida Mashaikh & Lotfali Abedi, Trans.). Samt Publishing. (In Persian)
- Mill, J. S. (2011). *Individual liberty and the power of the state* (Mahmoud Sanai, Trans.). Hermes Book Publishing Company. (In Persian)
- Moghadam, A., & Sohrabi, T. (2012). Content analysis of elementary math books in terms of cultural components. *Journal of Iranian Curriculum Studies*, 7(25), 115–138. (In Persian)
- Naqibzadeh, M. A. (2019). *A look at the philosophy of education*. Tehran: Tahoori Publications. (In Persian)
- Nash, M., & Lowe, J. (2004). *Language development for mathematics activities at home*. David Fulton Publisher.
- Pahlevan, A., & Kajbaf, M. B. (2012). Mediating role of classroom processes and school culture on the relationship between socioeconomic status, values, and beliefs about math learning with math attitude. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 10(4), 149–168. (In Persian)
- Plato. (2004). *The Laws in Plato's Works, Vol. 4* (Mohammadhassan Lotfi, Trans.). Tehran: Kharazmi. (In Persian)
- Plato. (2010). *Four Treatises* (M. Sanaie, Trans.). Tehran: Hermes Publishing. (In Persian)
- QasemTabar, S. N., Mofidi, F., Zadeh Mohammadi, A., & QasemTabar, S. A. (2011). Effectiveness of music training on preschoolers' learning of basic mathematical skills. *Developmental Psychology. Iranian Psychologists*, 7(27), 245–254. (In Persian)
- Rafiepour, A. (2015). Potential capacities and obstacles of using the “application and modeling approach” in tertiary mathematics education. *Journal of Higher Education Curriculum*, 6(12), 173–188. (In Persian)

- Rahimi, Z., Talaei, E., Reyhani, E., & Fardanesh, H. (2016). A study on the efficiency of education with an emphasis on multiple solutions on students' attitude toward mathematics. *Educational Strategies in Medical Sciences*, 9(3), 224–233. (In Persian)
- Simpson, D., & Stack, S. (1954). *Teachers, leaders, and school*. Southern Illinois University Press.
- Spindler, R. (2022). Foundational mathematical beliefs and ethics in mathematical practice and education. *Journal of Humanistic Mathematics*, 12(2), 49–71.
- Sriraman, B., & Englis, L. (2010). *Theories of mathematics education*. Springer Heidelberg Dordrecht London New York.
- Üredi, P., & Doganay, A. (2023). Developing the skill of associating mathematics with real life through realistic mathematics education: An action research. *Journal of Theoretical Educational Science*, 16(2), 394–422.
- Yan, Y., Suyue, X., & Ma, J. (2020). Curriculum system of the philosophy of mathematics education for normal students. *Mathematics Teaching Research Journal*, 12(2), 156–160.
- Zare, H., & Mohammadi Ahmadabadi, N. (2011). The effect of metacognition training on students' mathematical problem-solving. *Journal of New Approaches in Educational Administration*, 2(3), 161–176. (In Persian)